5.1.3 Schwingungsdauer eines Federpendels

******

1 Motivation

Bei diesem Versuch misst man Abhängigkeit der Schwingungsdauer eines Federpendels von der angehängten Masse.

2 Theorie

2.1 Federpendel

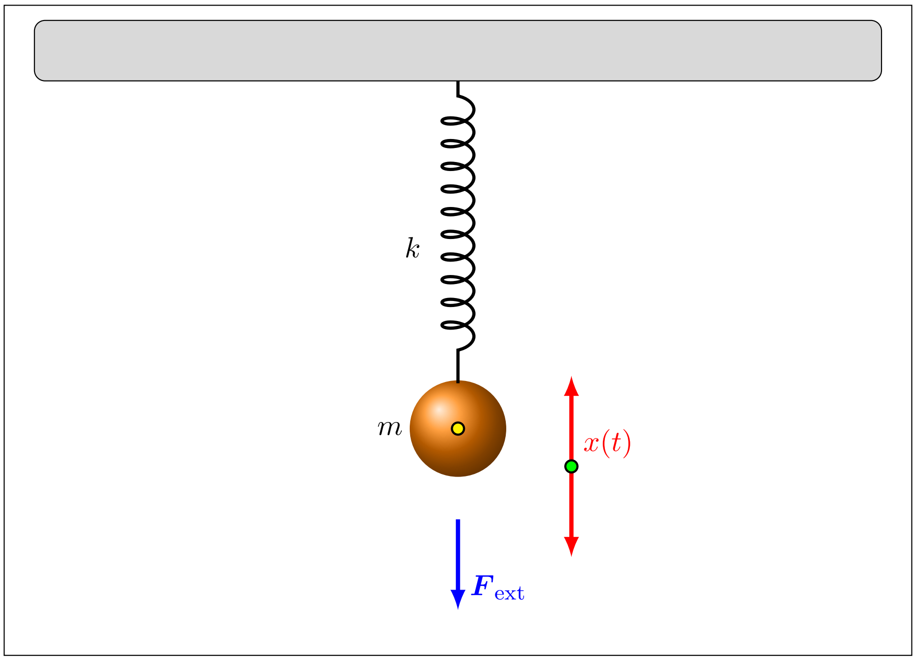

Abbildung 1: Federpendel

Ein Federpendel (Federkonstante k, Masse m) sei an der Decke aufgehängt (siehe Abb. 1). Durch die Gewichtskraft mg wird die Feder gedehnt und erreicht die neue Gleichgewichtslage $x = 0$. Eine Auslenkung um x bewirkt die rücktreibende Kraft

$$F = -kx \tag{1}$$

Nach Newton gilt:

$$m\ddot{x} = -kx \tag{2}$$

Dies ist die Gleichung des harmonischen Oszillators:

$$\boxed{\ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad \text{mit} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}} \tag{3}$$

Die allgemeine Lösung lautet:

$$x(t) = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t \tag{4}$$

Das Pendel beschreibt also eine harmonische Schwingung mit der Periode

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} \tag{5}$$

Die Bewegungsgleichungen für ideale Federschwinger gelten nur für masselose Federn. Wenn die elastische Feder als massebehaftet angenommen wird und ihre Masse m_{F} homogen verteilt ist, ergibt sich die Periodendauer der Schwingung zu

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \cdot \sqrt{1 + \frac{m_{\mathrm{F}}}{3m}} \tag{6}$$

3 Experiment

Der Versuchsaufbau ist in Abb. 2 wiedergegeben.

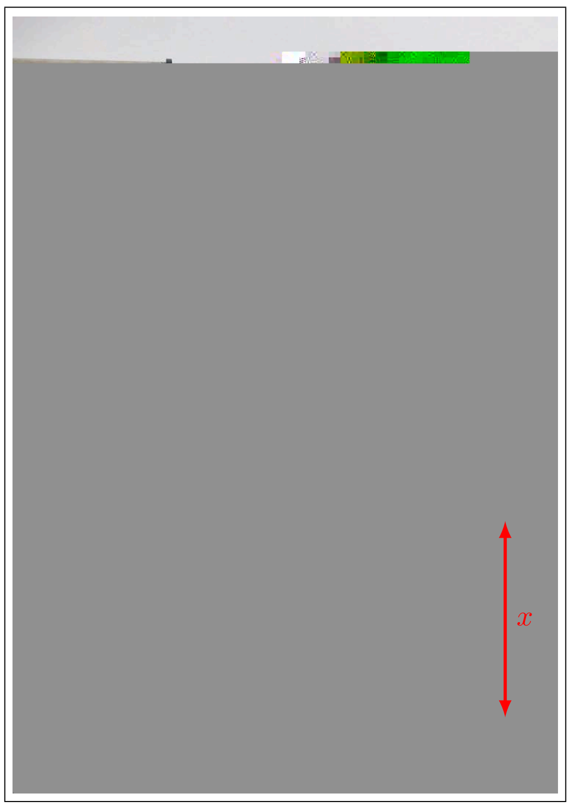

Abbildung 2: Versuchsaufbau Federpendel

Um eine grössere Messgenauigkeit zu erhalten, misst man mit einem Timer die Zeit für jeweils 10 vollständige Schwingungen für die Massen $m_1 =$0,5 kg, $m_2 =$1,0 kg und $m_3 =$2,0 kg.

Nach Gl. (5) gilt dann:

$$T_1 : T_2 : T_3 = 1 : \sqrt{2} : 2 \tag{7}$$